

ESTIMATION DES INCERTITUDES MESURE DE DEFAUTS GEOMETRIQUES SUR MMT PAR COMPARAISON INTER LABORATOIRES

D. VAISSIERE
Delta Mu
Parc Technologique La Pardieu
25, rue Desaynard
63 000 CLERMONT FERRAND

Résumé

Cet article traite des incertitudes de mesure de défauts géométriques sur machines à mesurer tridimensionnelles (MMT). Leurs estimations sont effectuées par comparaison inter laboratoires conformément à la série de normes ISO 5725 [1-6]. Cependant, la non normalité des lois de distribution des erreurs de mesure impose d'adapter les tests de valeurs aberrantes décrits dans la norme. On propose une méthode itérative permettant de procéder aux exclusions des laboratoires aberrants ainsi qu'une expression de l'incertitude de mesure compatible avec la non normalité des lois de distributions.

Abstract

This paper deals with uncertainty measurement of geometrical defects using coordinate measurement machines (CMM). Estimation is given by inter laboratories comparison according to ISO 5725 [1-6] standards. However, the lack of normality of probability distribution functions (PDF) of measurement errors leads to adapt outlier detection procedure given in the standards. We propose an iterative method, which allows to exclude outliers and to estimate uncertainty in measurement with respect to real PDF.

Introduction

L'estimation des incertitudes de mesure des machines à mesurer tridimensionnelles (MMT) est une problématique loin d'être triviale. En effet, la loi de propagation (décrite dans le GUM [7]) est ici inappropriée compte tenu de la méconnaissance des modèles mathématiques. Les méthodes numériques (décrites dans le supplément 1 au GUM [8]) seraient applicable sous réserve de disposer des algorithmes de calcul des constructeurs, ce qui se révèle impossible pour des raisons évidentes de secret industriel.

En conséquence, nous nous tournons naturellement vers les campagnes de comparaison interlaboratoires, décrites dans la série de normes ISO 5725. Ces campagnes sont pertinentes dans l'évaluation des incertitudes dimensionnelles, mais il n'en est pas de même pour les incertitudes géométriques. En effet, les erreurs de mesure

n'étant pas distribuées suivant des lois normales, les tests d'exclusion sont inappropriés et nous ne pouvons exprimer l'incertitude de façon usuelle (i.e. symétrique).

Il convient alors d'étudier la loi de distribution des erreurs de mesure des défauts géométriques. Pour ce faire, on s'appuie sur les travaux de MAGNIEN, relatés dans l'ouvrage de SOUVAY [9], portant sur les distributions des défauts géométriques. MAGNIEN a défini la transformation paramétrique entre une loi demi-normale et la loi normale sous-jacente. Utilisant cette transformation de façon itérative, cela permet de détecter la présence de laboratoires aberrants.

Une fois ces laboratoires écartés, on peut alors exprimer l'incertitude de mesure en tenant compte du caractère non gaussien des lois de distribution des erreurs de mesure. Ceci implique le calcul d'un intervalle élargi dissymétrique pour un niveau de confiance donné.

Présentation de la campagne de comparaison

La figure 1 représente la pièce soumise à l'essai.

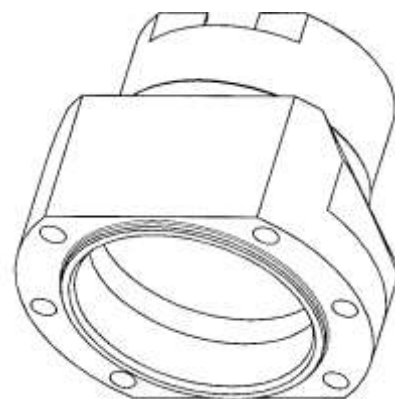


Figure 1 : Représentation 3D de la pièce d'essai

Les mesures sont effectuées sur quatre pièces en aluminium réputées identiques. Les résultats sont traités indépendamment afin de ne pas considérer la variabilité inter pièces.

Le diamètre le plus important est de 78 mm et la longueur de 61 mm. Les tolérances géométriques contrôlées sont les

suivantes : localisation, perpendicularité, parallélisme, coaxialité, planéité et cylindricité. Les plans de définition ne sont pas fournis ici pour des raisons de confidentialité.

La campagne de comparaison implique vingt six laboratoires équipés de machines à commande numérique. Chaque laboratoire a réalisé cinq répétitions de chaque mesure sur chaque pièce.

Théorie

Lois de distributions des erreurs de mesure

En premier lieu, il convient de définir la loi demi-normale évoquée en introduction. Il s'agit de la loi de distribution d'une variable aléatoire (v.a) définie comme la valeur absolue d'une v.a distribuée suivant une loi normale de

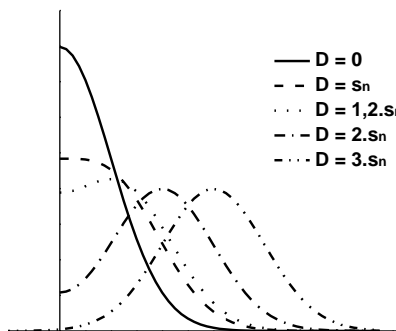


Figure 2 : Lois demie normale en fonction du décalage de moyenne

moyenne nulle. Cette loi est représentée dans la figure 2 en trait fort.

La loi normale est appelée la loi sous-jacente à la loi demi-normale. Elle peut avoir une moyenne non nulle engendrant ainsi les lois représentées en pointillé dans la figure 2 en fonction du décalage de moyenne (D) exprimé en nombre d'écart type (s_n). MAGNIEN a montré que les relations entre les paramètres de la loi normale sous-jacente et la loi demi-normale engendrée étaient les suivantes :

$$s_n = \frac{k_{dn} \cdot s}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi}}} \quad (1)$$

Et :

$$D = k_D \cdot s \quad (2)$$

Où s représente l'écart type de la loi demi-normale, k_D et k_{dn} des coefficients dépendants du ratio :

$$C_{dn} = \frac{\bar{x}}{s} \quad (3)$$

Où \bar{x} représente la moyenne des valeurs distribuées suivant la loi demi-normale.

Il s'agit donc d'une transformation paramétrique qui permet, partant des paramètres de la v.a observée (\bar{x}, s), de déterminer les paramètres de la loi normale sous-jacente (D, s_n).

SOUVAY a exploité la loi demi-normale pour décrire les défauts de symétrie car, dans ce type de mesure, la valeur de l'écart est considérée sans son signe (i.e. sans la direction du défaut).

L'idée ici est d'exploiter cette loi pour décrire la distribution des erreurs de mesure d'un défaut proche de zéro, à valeur positive. Le décalage de moyenne étant la meilleure approximation de la valeur réelle du défaut.

Détection de valeurs aberrantes

Dans une campagne de comparaison inter laboratoires conduite conformément à l'ISO 5725, il convient d'éliminer les valeurs « aberrantes ». Pour ce faire, la norme propose les tests statistiques de cohérence de MANDEL k et h , ainsi que les tests d'exclusions de COCHRAN et GRUBBS.

Or ces tests, notamment leurs valeurs seuils, sont donnés uniquement pour des v.a gaussiennes. En conséquence, lorsque les densités de probabilité ne sont pas gaussiennes, il convient de déterminer d'autres tests permettant de détecter et éventuellement d'exclure les laboratoires aberrants. C'est l'objet de ce que nous allons appeler la transformation paramétrique itérative (TPI).

Si l'on considère que la distribution des erreurs de mesure de défauts géométriques (ou de forme) suit une loi demi-normale de paramètre (\bar{x}, s), où \bar{x} représente la moyenne générale et s l'écart type de reproductibilité (généralement noté s_R). La transformation paramétrique d'après les relations (1), (2) et (3), permet de déterminer les paramètres de la loi normale sous-jacente (D, s_n). Il est alors aisé, à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires adéquat [10, 11], de tirer un nombre conséquent d'individus distribués suivant cette loi. On peut alors déterminer la densité de probabilité des valeurs absolues de l'échantillon généré. Puis, par un test d'ajustement, on teste l'hypothèse de conformité de la densité de probabilité expérimentale avec celle générée. Ce dernier point est discuté dans la suite.

Dans le cas où l'hypothèse est acceptée, on peut considérer qu'il n'y a pas de laboratoire aberrant. Dans le cas contraire, on élimine le, ou les, laboratoire(s) dont la dispersion est trop importante et/ou la moyenne est trop éloignée des autres.

Ces laboratoires sont repérés à l'aide des statistiques k et h de MANDEL telles que décrites dans la norme. On rappelle ici que les seuils calculés pour des lois normales (5 et 1 %) ne sont pas adaptés mais permettent de repérer les laboratoires présentant une forte répétabilité et / ou un décalage de moyenne conséquent.

Une fois les exclusions faites, on peut calculer les nouveaux paramètres de l'échantillon expérimental et répéter les opérations (transformation paramétrique, génération d'échantillon, test d'ajustement...). Ceci de façon itérative jusqu'à ce que le test d'hypothèse soit validé. On peut alors considérer que les valeurs retenues sont fiables.

Expression de l'incertitude de mesure

Une fois que les éventuels laboratoires aberrants ont été écartés, le paramètre s_n représente l'incertitude type permettant de déterminer l'encadrement d'une valeur mesurée pour un niveau de confiance donné.

Cependant, compte tenu de la dissymétrie de la densité de probabilité, on ne peut exprimer l'incertitude élargie avec un coefficient fixe. Il convient au contraire de déterminer l'encadrement de la valeur mesurée, qui recouvre le niveau de confiance choisi.

Pour ce faire, on distingue trois cas :

- Cas 1 : La valeur mesurée est inférieure ou égale à l'incertitude type. Il s'agit du cas « $D = s_n$ » dans la figure 2. On exprime alors un seuil de détection, représentant par exemple 90 % de niveau de confiance, en dessous duquel le défaut géométrique vrai peut raisonnablement se trouver.
- Cas 2 : La valeur mesurée est comprise entre une fois et trois fois l'incertitude type. Il s'agit des cas entre « $D = s_n$ » et « $D = 2.s_n$ » dans la figure 2. L'incertitude élargie est alors définie par deux limites dissymétriques par rapport à la valeur mesurée, représentant 95 % de niveau de confiance.
- Cas 3 : La valeur mesurée est supérieure à trois fois l'incertitude type (« $D = 3.s_n$ » dans la figure 2), auquel cas l'incertitude élargie est exprimée comme à l'accoutumée, c'est-à-dire symétrique par rapport à la valeur mesurée, avec un facteur d'élargissement correspondant à 95 % de niveau de confiance.

Dans les cas 1 et 2, les bornes d'incertitudes sont déterminées en résolvant l'équation suivante :

$$F_V(x) = \frac{1}{s_n \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t-V}{s_n}\right)^2\right) dt \quad (4)$$

C'est-à-dire trouver $(x_1, x_2) \in [0, +\infty[$ qui satisfont respectivement $F_V(x) = 0,025$ et $F_V(x) = 0,975$. L'encadrement ainsi défini présente un niveau de confiance de 95 %.

Test d'ajustement

Les itérations des transformations paramétriques successives sont arrêtées lorsque la distribution des valeurs expérimentales restantes est compatible avec la distribution simulée engendrée à partir des paramètres calculés. Le test d'ajustement peut être effectué suivant les techniques habituelles (test de PEARSON, KOLMOGOROV-SMIRNOV...) [12].

Dans l'étude présentée ci-après, on opte pour le test de CRAMER VON MISES. En effet, le test de PEARSON (ou khi deux) semble plus pertinent lorsque le nombre de valeurs expérimentales est relativement conséquent, ce qui n'est pas le cas ici (environ une centaine d'individus). Les tests de KOLMOGOROV SMIRNOV et de CRAMER VON MISES utilisent les densités de probabilités cumulées (CDF), également appelées fonctions de répartition. Ils semblent plus adaptés aux petits échantillons, mais le test de KOLMOGOROV-SMIRNOV présente l'inconvénient de ne considérer que l'écart maximal entre la CDF empirique et la CDF simulée, contrairement au test de CRAMER VON MISES qui tient compte de l'ensemble des valeurs.

C'est la raison pour laquelle on opte pour ce dernier test.

Résultats et discussions

Coaxialité

La figure 3 montre les CDF expérimentales (trait fort) des valeurs de coaxialité obtenues sur les quatre pièces mesurées. La courbe en trait fin représente la CDF des valeurs simulées à partir des paramètres transformés depuis l'échantillon initial. Les quatre représentations (dans le sens horaire) correspondent aux quatre pièces mesurées, considérées comme un niveau d'essai.

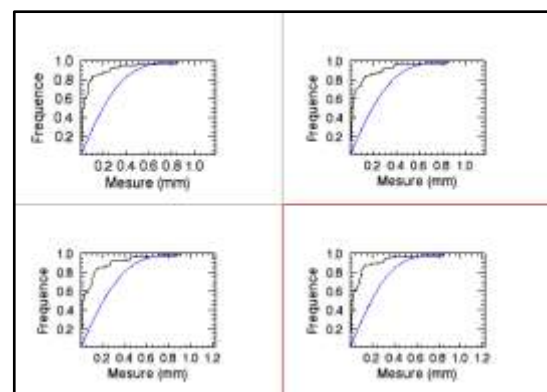


Figure 3 : Coaxialité - CDF résultats bruts

Quelle que soit la pièce, on constate que la CDF expérimentale ne coïncide pas avec celle obtenue par transformation paramétrique. Cette observation est confirmée par le test d'ajustement de CRAMER-VON

MISES qui conduit à rejeter, sans équivoque, l'hypothèse de conformité des distributions.

L'observation des statistiques k et h de MANDEL permet de déterminer les laboratoires à exclure. On calcule les nouvelles valeurs de (\bar{x}, s) , donnant après transformation les nouveaux paramètres de la loi normale sous-jacente. La nouvelle distribution générée ne satisfaisant toujours pas le test d'ajustement, on élimine d'autres laboratoires présentant des statistiques de MANDEL élevées.

Finalement, après cinq itérations et l'élimination de huit à onze laboratoires par niveau, le test d'ajustement est satisfait. Les CDF sont représentées dans la figure suivante.

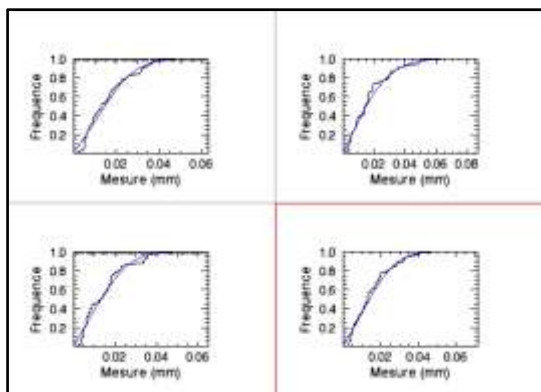


Figure 4 : Coaxialité - CDF après exclusions

La figure 4 montre graphiquement l'adéquation entre les CDF expérimentales et celles simulées d'après les paramètres calculés. On constate également que ces CDF ne correspondent pas à des lois normales.

Ainsi, les résultats pour chaque niveau sont donnés dans le tableau suivant :

Niveau	Pj	D	Sn
1	16	0.014	0.0127
2	18	0.009	0.0200
3	15	0.013	0.0127
4	16	0.014	0.0124

Tableau 1 : Résultats de mesure de coaxialité

La colonne P_j donne le nombre de laboratoires conservés. La colonne D représente le décentrage, il s'agit de la meilleure estimation du défaut de forme compte tenu de l'ensemble des résultats viables. Enfin, la colonne S_n représente l'estimation de l'incertitude type, qui en moyenne vaut $15 \mu\text{m}$.

Ces estimations sont cohérentes entre elles. On remarque cependant que l'incertitude type pour le niveau deux est sensiblement plus élevée. Cela provient de deux laboratoires éliminés sur les autres niveaux mais conservés ici car le test d'adéquation est satisfait. Il est entendu que l'on aurait pu malgré tout exclure ces laboratoires, compte tenu de leurs performances sur les autres niveaux.

D'autre part, l'incertitude type est quasiment égale au décentrement, ce qui correspond aux cas 1 ou 2 décrits précédemment. Cela est cohérent avec la non normalité détectée dans les CDF de la figure 4.

Cylindricité

De même que précédemment, la figure suivante représente les CDF expérimentales et simulées. L'analyse graphique autant que le test d'ajustement montrent qu'il n'y a pas adéquation entre les deux.

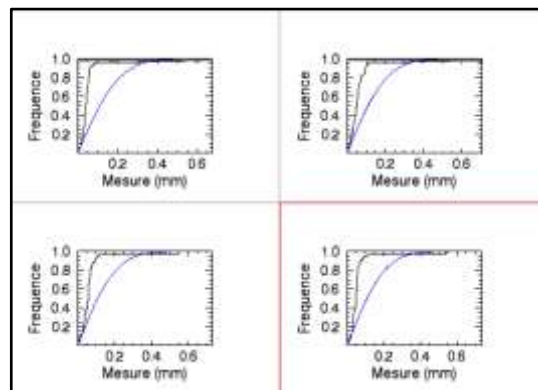


Figure 5 : Cylindricité - CDF résultats bruts

L'analyse des statistiques de MANDEL k et h conduit à éliminer entre 1 et 3 laboratoires en fonction des niveaux. Après ce premier passage, Le test d'ajustement est satisfait. Les CDF obtenues sont représentées figure 6.

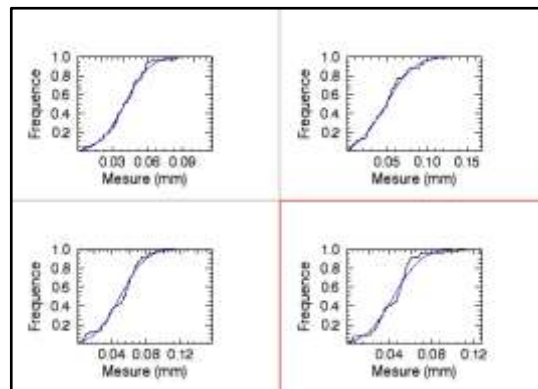


Figure 6 : Cylindricité - CDF après exclusions

Les résultats semblent cohérents entre les pièces (Tableau 2). L'incertitude type peut être estimée à $23 \mu\text{m}$.

Niveau	Pj	D	Sn
1	25	0.041	0.017
2	24	0.048	0.028
3	24	0.050	0.024
4	23	0.044	0.021

Tableau 2 : Résultats de mesure de cylindricité

Le ratio entre l'incertitude type et le décentrage est à la frontière entre les cas 2 et 3 définis précédemment. Graphiquement on voit sur la figure 6 que les CDF sont proches de gaussiennes mais tronquées du coté gauche. Cela est cohérent avec les résultats numériques.

Parallélisme

Les résultats bruts ne satisfont pas le test d'ajustement (Figure 7)

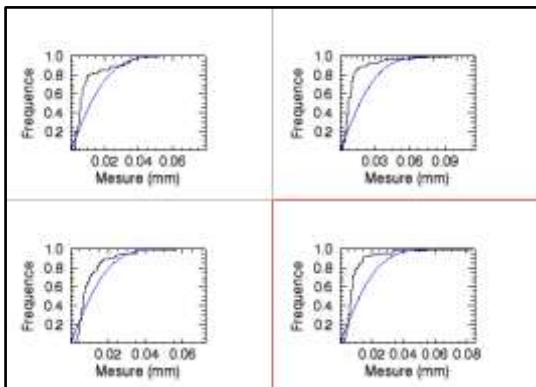


Figure 7 : Parallélisme – CDF résultats bruts

Après les premières exclusions, la seconde itération permet d'accepter le test d'ajustement au niveau 4 pour lequel trois laboratoires ont été écartés. Les exclusions suivantes permettent de satisfaire la troisième itération aux niveaux 1 et 2 et écartant respectivement cinq et quatre laboratoires au total. Enfin, le niveau 3 demande trois itérations supplémentaires avec exclusions de sept laboratoires au total, pour satisfaire le test d'ajustement.

Finalement, on obtient les CDF suivantes.

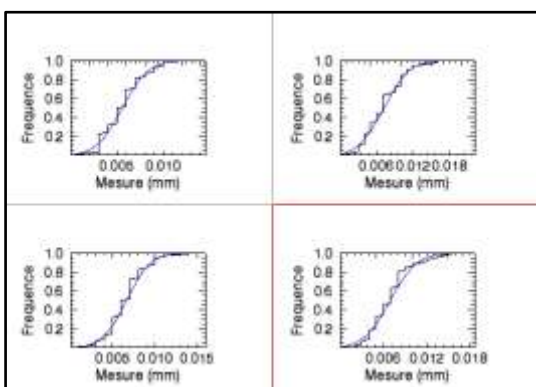


Figure 8 : Parallélisme – CDF après exclusions

Les CDF sont proches de celles d'une gaussienne. Effectivement, le tableau 3 fait apparaître un ratio entre le décentrement et l'écart type compris entre 2 et 3 ce qui correspond au cas 3 défini précédemment.

Les résultats semblent cohérents entre les pièces. **L'incertitude type peut être estimée à 2,8 µm.** De plus, compte tenu de la remarque précédente, l'incertitude peut

ici être élargie avec un coefficient fixe et exprimée de façon symétrique.

Cela provient du fait, que la dispersion des mesures est faible devant le défaut de parallélisme.

Niveau	P _j	D	Sn
1	21	0.0056	0.0023
2	22	0.0072	0.0033
3	19	0.0066	0.0023
4	23	0.0070	0.0030

Tableau 3 : Résultats de mesure de parallélisme

Perpendicularité

Les CDF des résultats bruts sont données dans la figure suivante. On remarque encore la présence de laboratoires aberrants

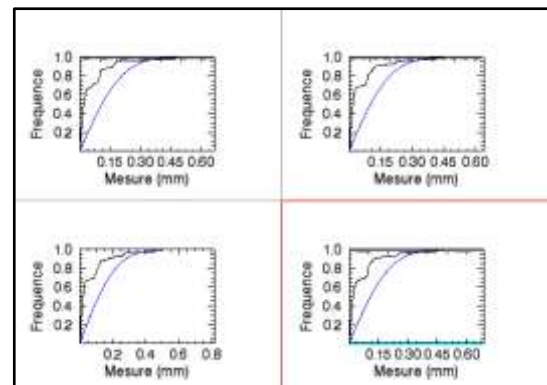


Figure 9 : Perpendicularité – CDF résultats bruts

Après trois itérations et l'exclusion des huit mêmes laboratoires sur chaque niveau, le test d'ajustement est satisfait sur les niveaux 2 et 3. Une itération supplémentaire et l'exclusion de deux laboratoires (un commun et un différent) sur les niveaux 1 et 4 permettent de satisfaire le test d'ajustement (CDF figure suivante).

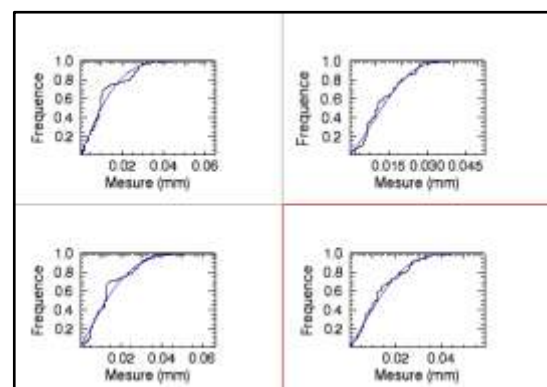


Figure 10 : Perpendicularité – CDF après exclusions

D'un point de vue graphique, on remarque que l'adéquation des CDF sur les niveaux 1 et 4 est parfaite.

Cela est également visible sur les probabilités du test qui sont les plus faibles (« p-value »). De fait, l'analyste pourrait ici décider de procéder à des exclusions complémentaires.

En l'état, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Niveau	Pj	D	Sn
1	21	0.003	0.0146
2	22	0.012	0.0098
3	19	0.010	0.0153
4	23	0.011	0.0125

Tableau 4 : Résultats de mesure de perpendicularité

On estime alors l'incertitude type à 13 µm. Néanmoins, l'incertitude type des niveaux 1 et 3 sont les plus fortes, ce qui peut inciter à poursuivre les exclusions, notamment en raison de la remarque faite sur les CDF.

Quels que soient les choix effectués, les CDF ne sont pas normales et les résultats obtenus placent ces mesures généralement dans le cas 1. Cela signifie que le défaut de perpendicularité est sous le seuil de détection.

Planéité

Les CDF représentées ci-dessous montrent la présence de laboratoires aberrants.

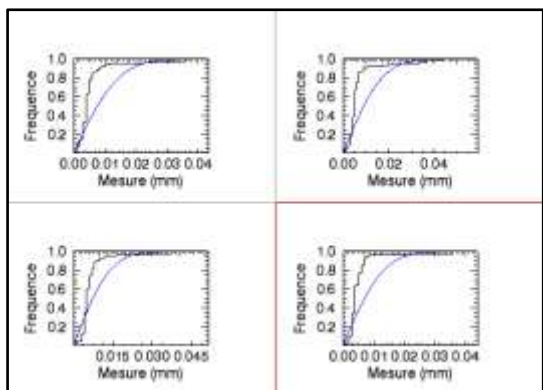


Figure 11 : Planéité – CDF résultats bruts

La première itération conduit à exclure deux laboratoires sur l'ensemble des niveaux et un troisième sur le quatrième niveau. Le test d'adéquation n'est pas satisfait malgré des CDF graphiquement satisfaisantes. Une seconde itération conduit à exclure un ou deux laboratoires supplémentaires. Globalement les mêmes laboratoires sont exclus sur l'ensemble des niveaux. On obtient alors les CDF représentées figure 12.

Là encore, les tests d'adéquations ne permettent pas d'accepter l'hypothèse au seuil $\alpha = 0.05$, bien que les CDF soient graphiquement satisfaisantes. Cela provient vraisemblablement du manque de résolution des mesures. En effet, les résultats reportés dans le tableau 5 montrent

que la dispersion des mesures est relativement faible, autrement dit la discrétisation est « grossière ». C'est l'origine des échelons dans les représentations graphiques des CDF expérimentales.

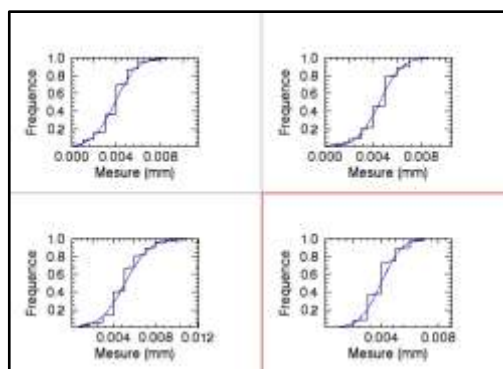


Figure 12 : Planéité – CDF après exclusions

Ces échelons perturbent le test de CRAMER-VON MISES qui nécessite des valeurs sur une échelle continue.

Cependant, au regard des « p-values » et de l'adéquation graphique, on peut accepter les résultats en l'état. L'incertitude type est alors estimée à 1,55 µm.

Niveau	Pj	D	Sn
1	21	0.0039	0.0016
2	22	0.0045	0.0015
3	19	0.0051	0.0019
4	23	0.0040	0.0012

Tableau 5 : Résultats de mesure de planéité

Les ratios entre le décentrement et l'écart type sont généralement dans le cas 3 (sauf pour le niveau 1), aussi, l'incertitude élargie peut être exprimée avec un coefficient fixe. De plus, on remarque que les CDF simulées sont proches de celles obtenues pour des lois normales.

Localisation

La valeur de localisation prise en compte correspond au rayon défini par les deux coordonnées projetées X et Y, d'après la relation $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$

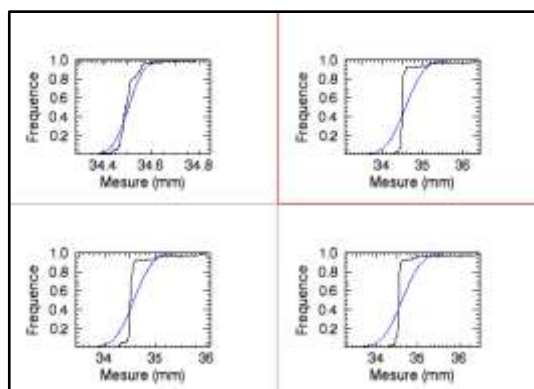


Figure 13 : Localisation – CDF résultats bruts

Graphiquement, le premier niveau semble quasiment satisfaisant. Par contre, les autres niveaux font état de laboratoires aberrants.

La première itération conduit à exclure deux laboratoires sur le premier niveau et trois laboratoires sur les autres. Il s'agit des mêmes laboratoires. Le premier niveau satisfait alors au test d'adéquation. La seconde itération amène l'exclusion de un, deux et trois laboratoires respectivement sur les niveaux 2, 3 et 4. Le second niveau est alors acceptable. L'élimination supplémentaire d'un laboratoire sur les deux niveaux restants permet, dans la dernière itération, de produire des résultats satisfaisants. Il vient les CDF suivantes.

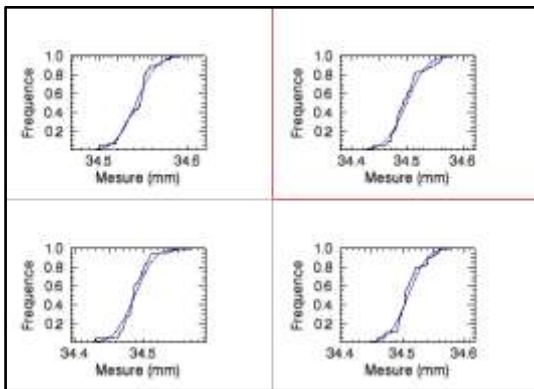


Figure 14 : Localisation – CDF après exclusions

De même que pour la perpendicularité, on remarque que l'adéquation des CDF est parfaite. De fait, les probabilités correspondantes de la statistique de CRAMER VON MISES sont relativement faibles (généralement inférieures à 10 %). Aussi, l'analyste pourrait ici décider de procéder à des exclusions complémentaires, mais quelques essais ont montré un impact peu significatif sur les résultats finaux.

En l'état, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Niveau	Pj	D	Sn
1	24	34.498	0.030
2	23	34.488	0.023
3	21	34.509	0.024
4	20	34.542	0.018

Tableau 6 : Résultats de mesure de localisation

On estime alors l'incertitude type à 24,3 µm.

Les CDF sont proches de celles obtenues pour des lois normales, aussi l'incertitude élargie peut être exprimée avec un coefficient fixe, comme dans le cas 3.

Application de la relation (4)

A titre d'exemple, on peut donner quelques applications numériques pour l'expression de l'incertitude élargie.

L'incertitude type de mesure de perpendicularité a été évaluée à 13 µm. Aussi un laboratoire qui aurait mesuré une perpendicularité de 7 µm serait dans le cas 1. La résolution de la relation (4) lui permettrait de définir un seuil de détection pour un niveau de confiance donné, soit :

$$\frac{1}{13 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t-7}{13}\right)^2\right) dt = 0,9$$

$$\Leftrightarrow x = 24,4 \mu\text{m}$$

Ce laboratoire annoncerait un défaut de perpendicularité inférieur à 24,4 µm pour un niveau de confiance de 90 %.

Considérons maintenant la mesure de coaxialité dont l'incertitude type a été évaluée à 15 µm. Un laboratoire mesurant une valeur de 19 µm encadrerait son résultat en résolvant les deux applications suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{15 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-x_1}^{x_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t-19}{15}\right)^2\right) dt = 0,025 \\ \frac{1}{15 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-x_2}^{x_2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t-19}{15}\right)^2\right) dt = 0,975 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1,1 \mu\text{m} \\ x_2 = 48,4 \mu\text{m} \end{cases}$$

Il vient le résultat suivant : $19^{+29,4}_{-17,9}$ µm pour un niveau de confiance de 95 %.

Enfin, un laboratoire mesurant un parallélisme de 6,8 µm, avec une incertitude type évaluée à 2,8 µm, exprimerait le résultat suivant : $6,8^{+5,6}_{-2,8}$ µm avec un niveau de confiance de 95 %.

Conclusions et perspectives

La Transformation Paramétrique Itérative a été mise en œuvre sur différentes mesures de défauts géométriques. Les résultats obtenus semblent satisfaisants, sachant qu'ils sont compatibles avec la non normalité des lois parentes.

Cette méthode apparaît donc comme un complément nécessaire pour l'application des comparaisons interlaboratoires dans le cas de distributions quelconques. On a vu également que ce traitement reste compatible avec l'expression « traditionnelle » des incertitudes lorsque les densités de probabilités tendent vers la normalité.

A noter cependant que la décision d'exclure un laboratoire est parfois délicate et demande à l'analyste la plus grande prudence ainsi que la maîtrise des théories statistiques employées. Aussi, il serait opportun d'éprouver la TPI sur des essais plus nombreux.

Références

1. ISO 5725-1, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 1: principes généraux et définitions*. 1994.
2. ISO 5725-2, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 2: méthode de base pour la détermination de la répétabilité et de la reproductibilité d'une méthode de mesure normalisée*. 1994.
3. ISO 5725-3, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 3: mesures intermédiaires de la fidélité d'une méthode de mesure normalisée*. 1994.
4. ISO 5725-4, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 4: méthode de base pour la détermination de la justesse d'une méthode de mesure normalisée*. 1994.
5. ISO 5725-5, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 5: méthodes alternatives pour la détermination de la fidélité d'une méthode de mesure normalisée*. 1998.
6. ISO 5725-6, in *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. Partie 6: utilisation dans la pratique des valeurs d'exactitude*. 1994.
7. ISO/CEI Guide 98-3, in *Incertitude de mesure - Partie 3 : guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM:1995)*. 2008.
8. ISO/CEI GUIDE 98-3/SUP. 1, in *Incertitude de mesure - Partie 3 : guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM:1995) - Propagation de distributions par une méthode de Monte Carlo*. 2008.
9. SOUVAY, P., *Savoir utiliser la statistique*. 2002: AFNOR. 434.
10. LEMAIRE, M., *Fiabilité des structures. Couplage mécano-fiabiliste statique*. 2005: Lavoisier. 506.
11. MILLET, A., *Méthodes de Monte-Carlo*, Université de Paris 7 et Paris 1: Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires.
12. JOLION, J.-M., *Probabilités et Statistique*, in INSA. 2000: Lyon.