



L'INCERTITUDE DE MESURE ET SON UTILISATION (PARTIE 1)

► La mesure sous l'angle statistique

Introduction générale

L'incertitude de mesure est au cœur de la problématique du métrologue. Jusqu'ici limitée à l'étalonnage des instruments de mesure, la fonction métrologie doit aujourd'hui garantir la capabilité des processus de mesure, c'est-à-dire leur aptitude à l'emploi. La série des quatre articles à venir propose d'aider le lecteur à mieux comprendre la problématique de l'incertitude de mesure et de la capabilité des processus de mesure. Ces articles aborderont, sous un angle pédagogique et didactique, l'aspect théorique. Ils seront complétés par des exemples numériques au travers desquels le lecteur pourra se retrouver et, sûrement, y voir un guide pour ses applications personnelles.



► Par **Jean-Michel POU**, dirigeant fondateur de Delta Mu Conseil, président du GIE Quantum Network, directeur technique de BEA Métrologie, membre des comités de normalisation Afnor et ISO, membre du Collège français de métrologie.

Cet article présente la mesure sous son angle statistique sur la base d'exemples empruntés au jeu de dés. Il permet de comprendre et de "visualiser" les outils utilisés pour l'évaluation des incertitudes de mesure.

En 1789, nos aïeux souhaitaient « un roi, une loi, un poids et une mesure ». 200 ans plus tard, la métrologie légale, qui a pour objectif de garantir la loyauté des échanges commerciaux, a parfaitement rempli sa mission et nous ne doutons plus des résultats de mesure. Or, par nature, toute mesure est entachée d'erreurs et les industriels se doivent de maîtriser la qualité de leurs résultats de mesure – leurs incertitudes de mesure – pour assurer la conformité de leurs produits aux exigences de leurs clients... Plus que les référentiels qualité, unanimes sur ce sujet, ce sont les clients qui l'exigent ! Mais pourquoi les mesures ne peuvent-elles être justes ?

Généralités

Contrairement à ce que notre société nous a inculqué de façon inconsciente, tout résultat de mesure est entaché d'une erreur, appelée **erreur de mesure** (voir définitions), qu'il n'est pas possible de connaître compte tenu de sa nature (voir schéma ci-contre).

Par nature, une mesure est une comparaison à un étalon (une unité) reconnu par tous. Plusieurs facteurs contribuent à la réalisation d'une mesure :

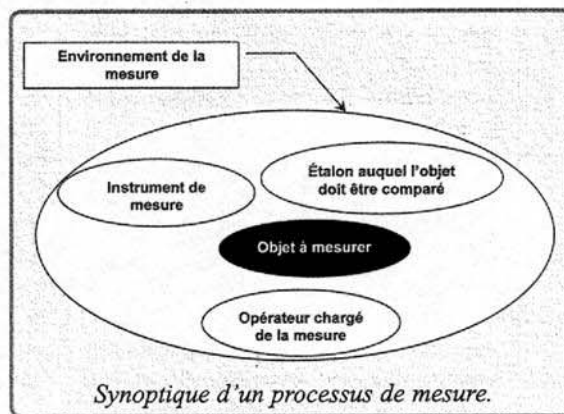
- l'objet à mesurer ;
- l'étalon auquel il doit être comparé ;
- l'opérateur chargé de réaliser la mesure ;
- l'instrument de mesure ;
- la méthode ;
- l'environnement dans lequel s'effectue la mesure ;
- etc.

L'erreur de mesure provient de l'imperfection de chacun de ces facteurs telle

qu'elle s'est exprimée au moment précis de la mesure. L'instant d'après, le jour d'après, avec un autre opérateur ou avec un autre instrument de mesure, les erreurs de chacun des facteurs auraient été différentes et leur combinaison aurait conduit à une erreur de mesure différente.

On ne peut connaître l'erreur de mesure en raison de la multitude des raisons qui en sont à l'origine. Par conséquent, on ne peut corriger parfaitement le résultat de la mesure pour connaître la valeur vraie de l'objet (certaines corrections peuvent parfois être réalisées mais elles sont également incertaines).

C'est ainsi que, pour être exploitable, un résultat de mesure doit être associé à un terme **incertitude de mesure** (voir définitions), qui se présente comme un majorant (pour un niveau de confiance choisi) de l'erreur de mesure.



Définitions

Les cinq définitions ci-dessous sont extraites de la norme NF X 07-001 (1994) : "Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de la métrologie".

► **Erreur de mesure** (§ 3.10) : résultat d'un mesurage moins une valeur vraie du mesurande.

► **Incertitude de mesure** (§ 3.9) : paramètre associé au résultat d'un

mesurage, caractérisant la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.

► **Répétabilité (des résultats de mesurage) (§ 3.6)** : étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages successifs du même mesurande, mesurages effectués dans les mêmes conditions de mesure.

Note : ces conditions sont appelées **conditions de répétabilité**. Elles comprennent :

- le même mode opératoire ;
- le même observateur ;
- le même instrument de mesure utilisé dans les mêmes conditions ;
- le même lieu ;
- la répétition sur une courte période de temps.

La répétabilité peut s'exprimer quantitativement à l'aide des caractéristiques de dispersion des résultats.

► **Reproductibilité (des résultats de mesurage) (§ 3.7)** : étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages du même mesurande, mesurages effectués en faisant varier les conditions de mesure.

Note : pour qu'une expression de la reproductibilité soit valable, il est nécessaire de spécifier les conditions que l'on fait varier, lesquelles peuvent comprendre :

- le principe de mesure ;
- la méthode de mesure ;
- l'observateur ;
- l'instrument de mesure ;
- l'étalon de référence ;
- le lieu ;
- les conditions d'utilisation ;
- le temps.

La reproductibilité peut s'exprimer quantitativement à l'aide des caractéristiques de dispersion des résultats. Les résultats considérés ici sont habituellement les résultats corrigés.

► **Biais – erreur de justesse (d'un instrument de mesure) (§ 5.25)** : erreur systématique d'indication d'un instrument de mesure.

Note : l'erreur de justesse est normalement estimée en prenant la moyenne de l'erreur d'indication sur un nombre approprié d'observations répétées.

Note personnelle : Le VIM, dans sa définition du biais (terme anglais), fait porter



à l'instrument de mesure l'éventuel décalage systématique entre la valeur vraie et une moyenne de valeurs mesurées. Or, d'autres facteurs du processus de mesure peuvent être à l'origine d'un biais : conditions de température, valeur des constantes physiques (l'accélération de l'apesanteur g , par exemple)...

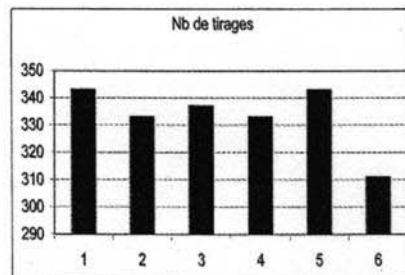
Utilisation des statistiques

S'il paraît logique et acceptable que les facteurs contribuant à la réalisation de la mesure ne soient pas tous parfaits et que leur imperfection individuelle soit à l'origine de l'erreur de mesure, il est tout aussi logique de penser que certaines erreurs individuelles puissent se compenser... Il est en effet très improbable que toutes les erreurs individuelles des facteurs du processus de mesure s'expriment dans le même sens, au même moment, pour conduire à une erreur de mesure qui serait la somme des erreurs maximales de chaque facteur !

Les statistiques apportent une solution rationnelle pour l'évaluation des erreurs pouvant résulter d'un tel "mélange".

1^{re} expérience ludique : lancer 1 dé plusieurs fois

Pour entrer dans le monde des statistiques, souvent présenté et perçu comme complexe, une petite expérience suffit : lancer un dé à 6 faces un grand nombre de fois. Le graphique ci-dessous présente les résultats obtenus :



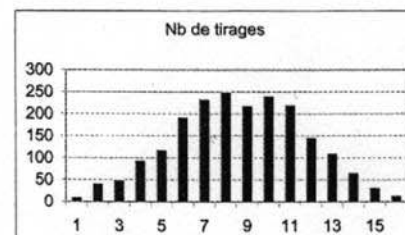
Dans ce cas, le dé a été lancé 2 000 fois et l'on constate graphiquement que le nombre d'apparition des valeurs 1, 2, 3, 4, 5 et 6 est sensiblement identique (autour de $2\,000 / 6 = 333$ fois).

Le premier outil statistique que l'on connaît, et vers lequel on va volontiers, est l'outil **moyenne**. Dans notre cas, la moyenne vaut 3,47 (soit environ $3,5 = (6 + 1) / 2$ qui était logiquement attendu). Cette information, prise individuellement, ne permet pas de savoir que les valeurs de ce phénomène (lancé d'un dé) peuvent varier entre 1 et 6 et que la probabilité de faire 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 est identique. Cette petite expérience montre que pour définir un phénomène statistique, il faut connaître l'incontournable moyenne, bien sûr, mais également :

- **l'écart type** : outil qui donne des informations sur la dispersion des valeurs possibles autour de la moyenne ;
- **la loi de distribution** (loi de densité) : outil qui donne des informations sur les fréquences d'apparition des valeurs possibles.

2^e expérience ludique : lancer 3 dés plusieurs fois

Le graphique ci-dessous présente les résultats obtenus :



Là encore, les dés ont été lancés 2 000 fois et l'on constate graphiquement que le nombre d'apparition des valeurs possibles (de 3 à 18) est très différent selon que l'on est proche des valeurs limites (3 et 18) ou de la moyenne.

Cette "forme" est bien connue dans le milieu industriel. Il s'agit en effet d'une courbe "en cloche", connue également sous son nom statistique : courbe de Laplace-Gauss ou encore loi normale.

Ce phénomène statistique, comme le précédent, possède :

- une moyenne ;
- un écart type ;
- une loi de distribution ;

Cette deuxième expérience met en évidence une propriété particulièrement intéressante des phénomènes statistiques. En effet, en "mélangeant" 3 dés (donc 3 lois dites uniformes ou équiprobables), on obtient une loi normale. Cette observation a été démontrée dans le cadre d'un théorème mathématique, appelé théorème central-limite. On sait ainsi que lorsqu'un phénomène trouve son origine dans des causes diverses (au moins 3), non corrélées et de "force" à peu près identique, la loi de distribution du phénomène a les propriétés d'une loi normale.

C'est pourquoi, dans l'industrie, on a beaucoup étudié les propriétés de cette loi normale, car les phénomènes qui y sont observés ont très rarement des causes uniques et correspondent donc souvent au modèle gaussien.

On peut ainsi déduire de cette propriété que, puisque l'erreur de mesure est constituée par le mélange de plusieurs facteurs (comme la somme des 3 dés dépend des phénomènes aléatoires "dé 1", "dé 2" et "dé 3"), la distribution des erreurs de mesure aura les propriétés d'une loi normale (sous réserve que les causes soient non corrélées et de "force" à peu près identique).

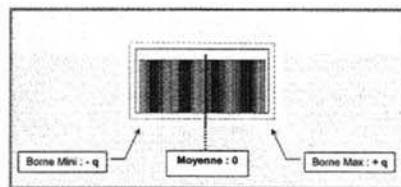
D'autre part, les statisticiens démontrent que le carré de l'écart type (appelé variance) du phénomène global est égal à la somme des carrés des écarts type des facteurs le constituant.

Ainsi, pour évaluer l'écart type de la loi normale représentant la distribution des erreurs de mesure possibles, il suffira de connaître les écarts type respectifs des éléments contribuant à la mesure.

L'estimation de l'incertitude de mesure passe donc par l'estimation des écarts type des facteurs participant au processus de mesure. Certains pourront être évalués sur la base d'observations expérimentales (on fait varier l'un des facteurs et on observe l'influence sur les résultats de la mesure). On parle dans ce cas d'évaluation de type A. Les autres écarts type pourront être évalués sur la base de l'expérience, de la bibliographie, de la connaissance scientifique, d'informations diverses et variées, etc. Dans ce cas, les écarts type ne sont pas directement accessibles (car ils n'ont pas de représentations "physiques"). Il est donc nécessaire de passer par les erreurs maximales que peut produire le facteur étudié et par leur fréquence d'apparition (la loi de distribution du facteur concerné). On parle alors d'évaluation de type B.

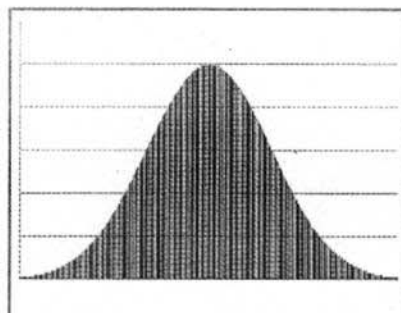
Dans le cas des évaluations dites de type B, le statisticien démontre les propriétés suivantes, concernant les lois de distribution les plus rencontrées :

Loi uniforme



Dans ce cas, l'écart type est égal à : $q/\sqrt{3}$.

Loi normale

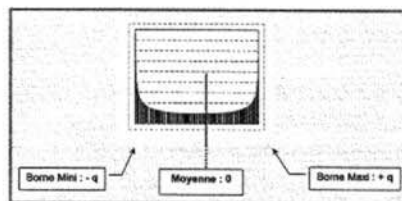


Les propriétés de la loi normale sont les suivantes :

- dans l'intervalle valeur moyenne ± 1 écart type : $\approx 68\%$ des valeurs ;
- dans l'intervalle valeur moyenne ± 2 écarts type : $\approx 95\%$ des valeurs ;
- dans l'intervalle valeur moyenne ± 3 écarts type : $\approx 100\%$ des valeurs.

Ainsi, lorsqu'on connaît la borne maxi (notée q) d'une loi supposée normale, l'écart type est égal à : $q/3$.

Loi dite "en dérivée d'arc sinus"



Dans ce cas, l'écart type est égal à : $q/\sqrt{2}$. Ce type de loi est principalement utilisé dans le cas des ambiances de mesure climatisées.

CONTROLES ESSAIS-MESURES

> À paraître
dans les prochains numéros :

Juillet 2004

L'utilisation des propriétés statistiques

Le deuxième article sera consacré à l'utilisation des propriétés statistiques, décrites dans l'article 1, pour l'évaluation des incertitudes de mesure. Il s'agit d'une "revisite" du GUM (*Guide pour l'expression des incertitudes de mesure*, devenu aujourd'hui la norme NF ENV 13005) pour en analyser les tenants et les aboutissants.

Octobre 2004

Les applications numériques

Plusieurs exemples seront abordés, du plus simple qui ne fait appel qu'à l'évaluation d'écarts type individuels, à d'autres, plus compliqués, qui nécessitent l'utilisation de la loi de propagation ou de la simulation numérique.

Janvier 2005

La capacité des processus de mesure

Cet article reprendra les principes de la norme ISO 14253-1 applicable, compte tenu de son statut, dans tous les systèmes qualité. Il reviendra sur les préconisations de l'ancienne norme française NF E 02-204, présentes par exemple, dans le MSA (*Measurement System Analysis*). Il présentera également un outil performant, s'appuyant sur la notion de risque client et risque fournisseur, décrit par une norme américaine (NCSL/ANSI Z540), qui permet de définir une stratégie pragmatique dans les cas où la capacité contractuelle ne peut être obtenue (incertitude de mesure trop grande devant la tolérance à vérifier).